

科学技術計算ソフトウェア活用シンポジウム

講義「線形制御理論基礎」紹介



東京工業大学
工学院 システム制御系
三平満司

2017年7月27日

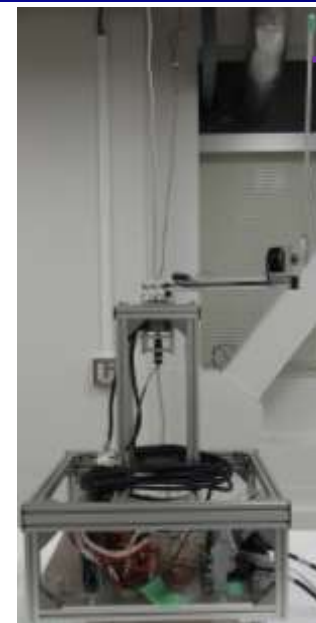
概要

①システム制御ラボ研修(3年次実習講義)

倒立振子実験機を用いて、制御の一連の流れ:

- ・モデリング
- ・パラメータ同定
- ・制御対象の解析
- ・コントローラ(制御器)設計
- ・シミュレーション検証
- ・実機実装

を講義. 実験機駆動のために, 新たにソフトウェアとして**MATLAB・Simulink**, ハードウェアとして**ターゲットマシン**(Speedgoat社)を導入.



振子

倒立振子実験機



②線形システム理論(電気電子系3年次講義)

制御分野を専門としない学生(伝達関数は既習)に, 状態方程式ベースの線形システム制御理論の基礎を講義. テキストおよびスライドの作成(提供).

MATLAB・Simulinkを用いた例題・課題の導入.



ターゲットマシン

線形制御理論基礎：講義概要・目的

講義概要

本科目はシステム制御系・電気電子系の学部3年生を対象としたもので、線形制御理論の原理と実際を学ぶことを目的する。この講義では、状態方程式、安定性、可制御性と可観測性、状態フィードバック、状態推定、最適制御、サーボ系、2自由度制御系と離散化について扱う。また、実習として、本学が包括ライセンス契約している**MATLAB/Simulink**を使用した動的システムに関する数値計算と**実験**を行う。

目的

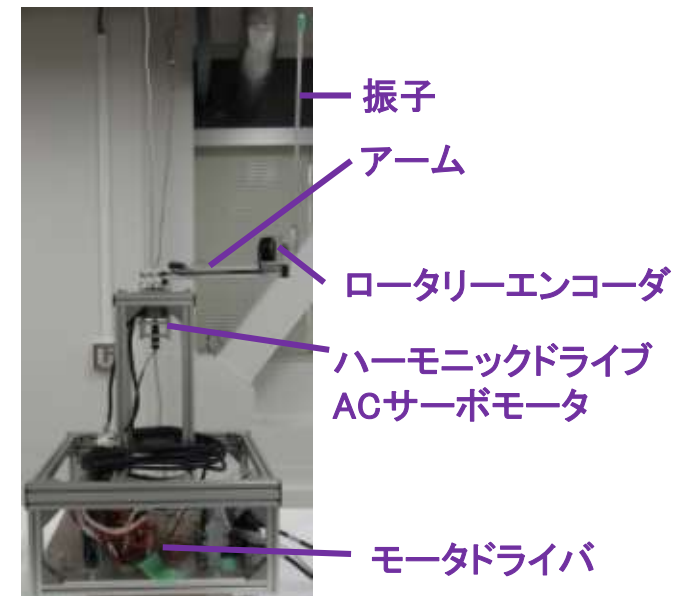
- 基礎的な制御問題の定式化と解決をする能力を身につける
- **MATLAB**を用いた数値計算により工学的な問題にアプローチする能力を身につける
- 制御システムの実装や動作試験を実践する
- モデル化、解析、制御設計、シミュレーション、**実験**という一連の流れを経験する

プロジェクトHP: <http://www.sc.ctrl.titech.ac.jp/courses/matlab/index-j.html>

①システム制御ラボ研修：回転型倒立振り子の同定と安定化

実験装置の概要：回転型倒立振り子

- 1段のギアで高い減速比(1:100)が得られるハーモニックドライブを用いた**ACサーボモータ**によりアームを駆動
- トルク指令電圧を専用**モータドライバ**に与えることで所望のモータ出力トルクを実現
- インクリメンタル型の**ロータリーエンコーダ**による回転角度の検出
モータの分解能: 800,000 [パルス/回転]
振り子の分解能: 14,400 [パルス/回転]



①システム制御ラボ研修：回転型倒立振り子の同定と安定化

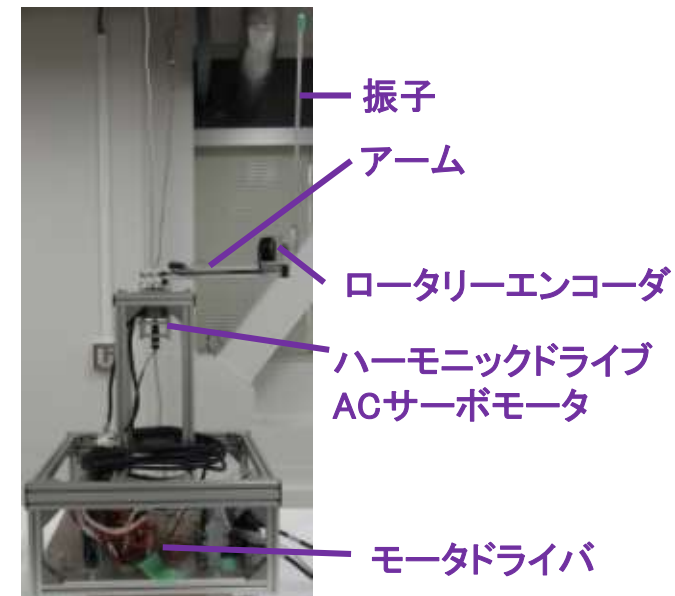
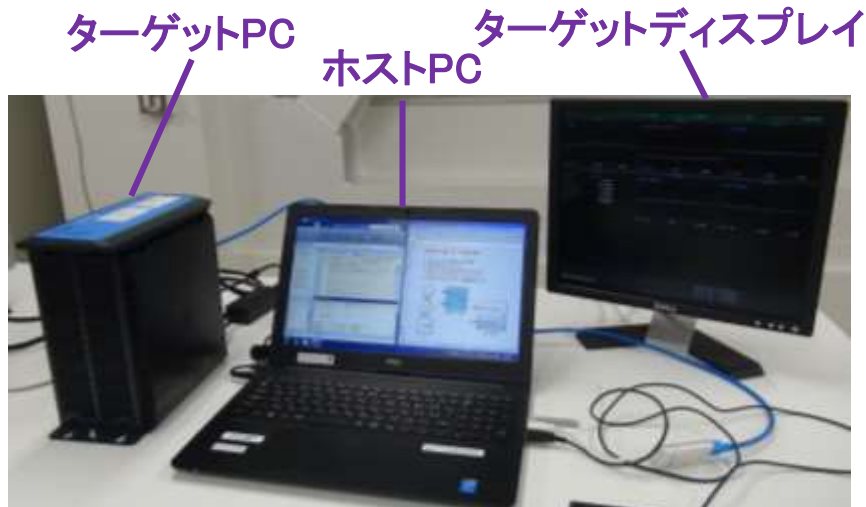
実験装置の概要：計算機器

- ターゲットPC：Speedgoat社

Simulink Real-Time（制御モデルの実行：
高速演算，電気信号入出力）

- ホストPC：

MATLAB・Simulink（制御モデルの作成・
ビルド，ユーザインターフェース，
ユーザによるリアルタイム目標値入力）



①システム制御ラボ研修：回転型倒立振り子系の同定と安定化

対象：システム制御系3年生

構成：160分×4回（1, 2Q）

- 第1回 数式モデルの導出とMATLAB演習
- 第2回 実験①：パラメータ同定実験
- 第3回 システム解析・制御系設計
- 第4回 実験②：安定化実験



学生実験の様子

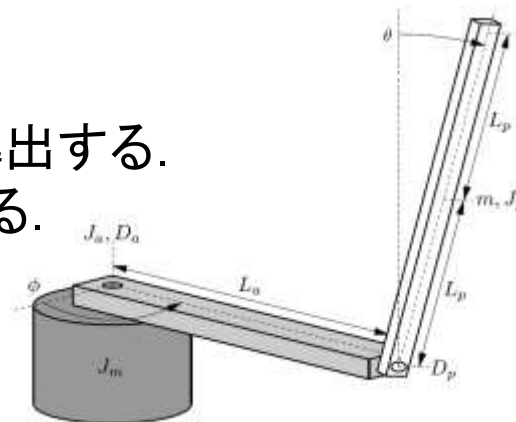
Textbook公開中

<http://www.sc.ctrl.titech.ac.jp/courses/matlab/index-j.html>

第1回 数式モデルの導出とMATLAB演習

物理法則等により、倒立振り子系の数学的モデルを導出する。
また、MATLABの基礎（‘ode45’，‘plot’等）を復習する。

$$\begin{aligned} & \{J_m + (J_a + mL_a^2) + (J_p + mL_p^2) \sin^2 \theta\} \ddot{\phi} + mL_a L_p \ddot{\theta} \cos \theta \\ & \quad + 2(J_p + mL_p^2) \dot{\phi} \dot{\theta} \sin \theta \cos \theta - mL_a L_p \dot{\theta}^2 \sin \theta + D_a \dot{\phi} = u \\ & (J_p + mL_p^2) \ddot{\theta} + mL_a L_p \ddot{\phi} \cos \theta - (J_p + mL_p^2) \dot{\phi}^2 \sin \theta \cos \theta - mgL_p \sin \theta + D_p \dot{\theta} = 0 \end{aligned}$$



実験①: パラメータ同定実験

第2回 実験①: パラメータ同定実験

アームのトルク入力として疑似ランダム信号 (M系列) を入力し, 出力 (アーム, 振子の角度・角速度) の時系列を観測する. 入出力関係より倒立振子系の各パラメータを同定する.

$$\text{時系列データ: } \begin{bmatrix} \dot{\phi}_1 \\ \ddot{\phi}_1 \\ \theta_1 \\ \dot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \dot{\phi}_2 \\ \ddot{\phi}_2 \\ \theta_2 \\ \dot{\theta}_2 \\ \ddot{\theta}_2 \end{bmatrix}, \dots, \begin{bmatrix} \dot{\phi}_n \\ \ddot{\phi}_n \\ \theta_n \\ \dot{\theta}_n \\ \ddot{\theta}_n \end{bmatrix}$$

運動方程式の

リグレーションモデル: $\xi(\dot{\phi}_i, \ddot{\phi}_i, \theta_i, \dot{\theta}_i, \ddot{\theta}_i) a = y(u_i) + \varepsilon_i$

残差 (計測・入力誤差)

最小2乗推定値: $\hat{a} = (\Xi^T \Xi)^{-1} \Xi^T Y$

➡ 残差平方和最小化: $\min \sum_{i=1}^n \varepsilon_i^T \varepsilon_i = E^T E$

$$\Xi := \begin{bmatrix} \xi(\dot{\phi}_1, \ddot{\phi}_1, \theta_1, \dot{\theta}_1, \ddot{\theta}_1) \\ \xi(\dot{\phi}_2, \ddot{\phi}_2, \theta_2, \dot{\theta}_2, \ddot{\theta}_2) \\ \vdots \\ \xi(\dot{\phi}_n, \ddot{\phi}_n, \theta_n, \dot{\theta}_n, \ddot{\theta}_n) \end{bmatrix}, Y := \begin{bmatrix} y(u_1) \\ y(u_2) \\ \vdots \\ y(u_n) \end{bmatrix}, E := \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_n \end{bmatrix}$$



M系列信号

出力

ターゲットディスプレイ

実験①: 計算機への要求

第2回 実験①: パラメータ同定実験

アームのトルク入力として疑似ランダム信号 (M系列) を入力し, 出力 (アーム, 振子の角度・角速度) の時系列を観測する. 入出力関係より倒立振子系の各パラメータを同定する.

計算機への要求

- デジタル電気信号入力
- アナログ電気信号出力
- 高速演算
- データ出力・保存
- リアルタイムパラメータ設定等のユーザインターフェース
- リアルタイムでの状態の確認
- (スタンドアロン実行)
- (視覚的に容易な制御系設計)



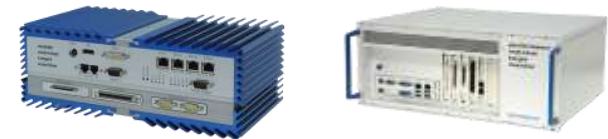
ターゲットディスプレイ

実験①: Simulink Real-Time, ターゲットマシンの導入

Simulink Real-Timeの導入

- ・ Simulinkで作成したモデルを**専用ハードウェア**で高速リアルタイム実行
- ・ 様々なI/Oモジュールをサポート, 実機と接続したリアルタイムシミュレーションが可能
- ・ ホストPCのSimulinkおよびターゲットディスプレイで信号の可視化が可能
- ・ ユーザーインターフェースに優れている

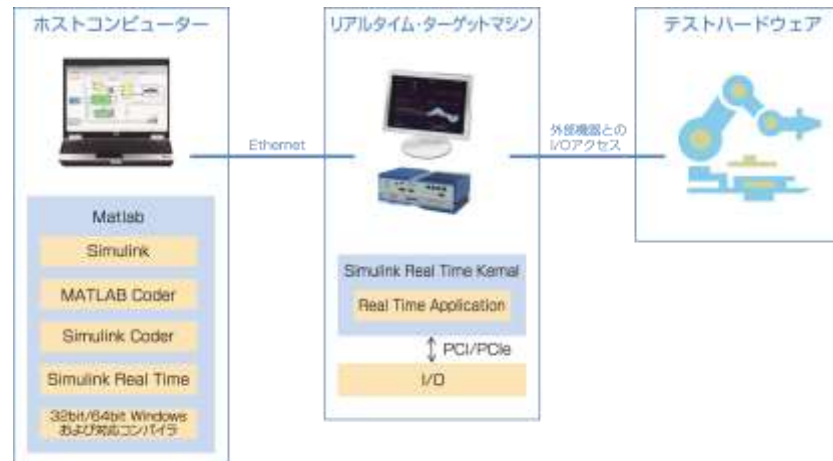
ターゲットマシン(Speedgoat社)の導入



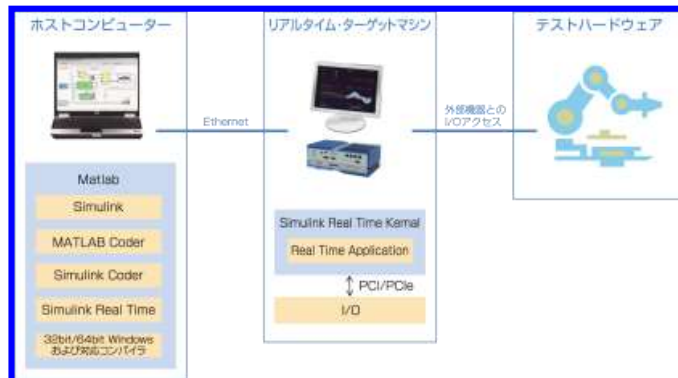
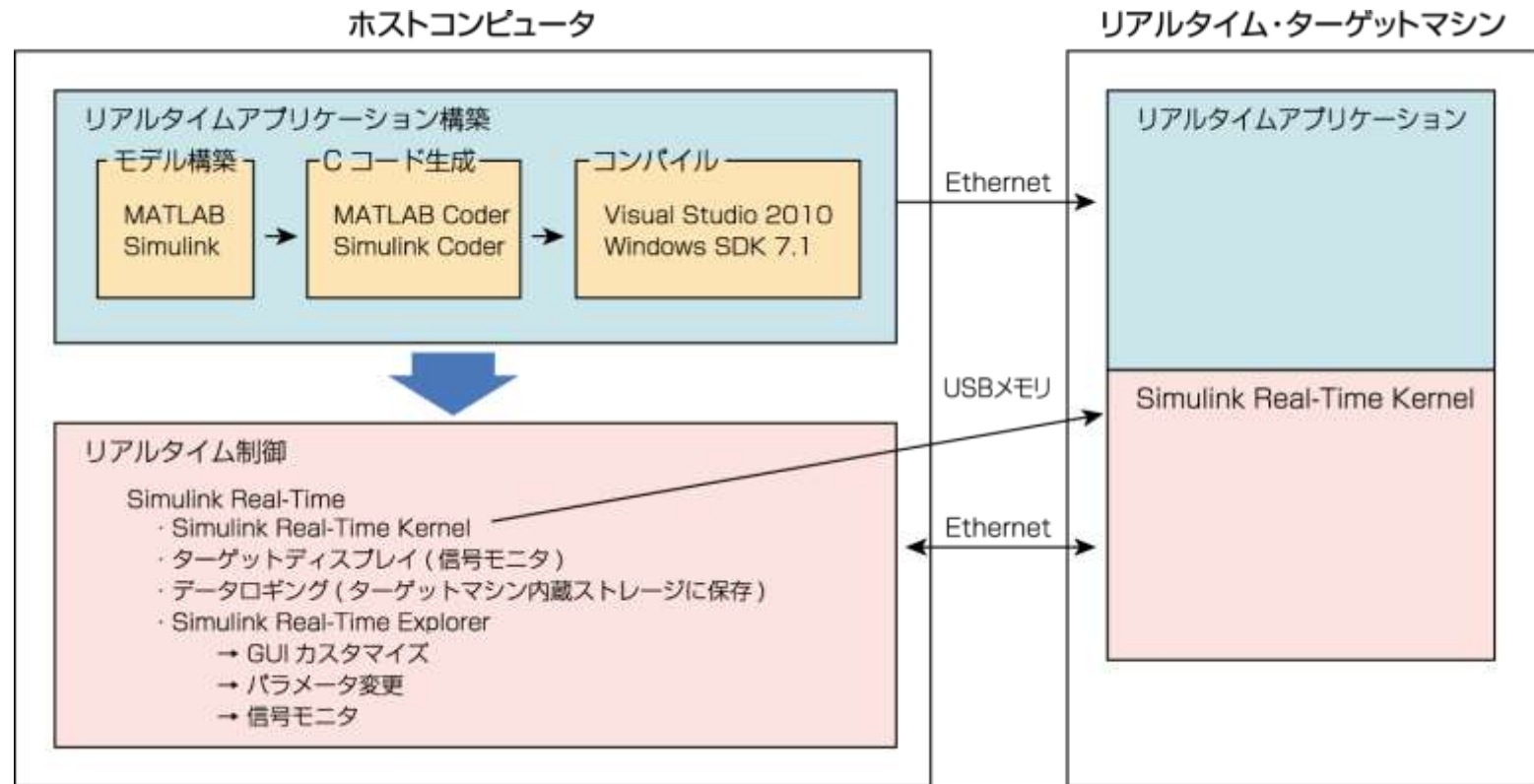
- ・ MATLAB/Simulink推奨ハードウェア
- ・ **Simulink Real-Time**の親和性が高く, ホストコンピュータ上で設計・シミュレーション・検証したSimulinkおよびStateflowでデザインされた制御/制御対象モデルを, 即座にダウンロード・実行することが可能
- ・ 本実験装置では, **FPGA機能**によりエンコーダ読み取りが容易

FPGA:
Field-
Programmable
Gate Array

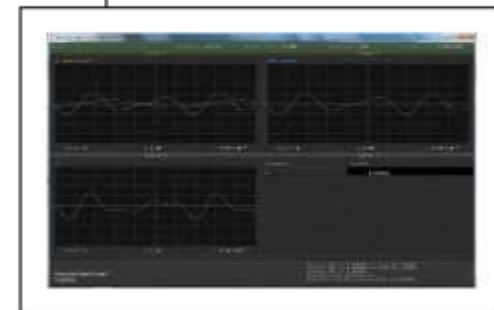
開発環境:



開発環境*



ターゲットディスプレイ



モバイル・リアルタイム・ターゲットマシン

車載等の現場でのリアルタイムシミュレートを実現します



高温耐性
-40℃~75℃まで拡張可能、0℃~75℃
オプションとして高温耐性を拡張
することが可能です。

耐振動・耐衝撃を実現
HDD、ファンなどの可動部品を省く
ことで、耐震性を確保しています。

ヒートシンク一体型筐体
放射冷却アルミケースを採用し、
熱性と電磁耐性を高めています。

様々な安全規格に準拠 EMC
様々な EMC や安全規格を準拠して
いる規格に準拠しています。



パフォーマンス・リアルタイム・ターゲットマシン

研究・開発分野でのリアルタイムシミュレートを実現します



4コア Core i7 3.5GHzを搭載
高性能プロセッサの採用で、複雑な
Simulink モデルのリアルタイムシミュ
レートが可能です。

拡張性に優れた設計
I/O 拡張機能を備えることで、システ
ムにも対応可能です。

ラックマウント可能
筐体寸法を 19 インチに設計。

軽量アルミ筐体
重量は約 5kg (2kg I/O 拡張部)
軽量化のための筐体設計に配慮を
しています。



I/O モジュール

様々な用途に合わせて、豊富な種類を取り揃えております



アナログ・デジタル出力
アナログ出力
電圧、電流、チャンネル、任意の
デジタル出力 (パルス・周波数)

GPIO 対応コードモジュール
PWM, QDQ, GAE, EnDQ, SS, SS2,
BSS, RS422, INT, Synch, SP, DC

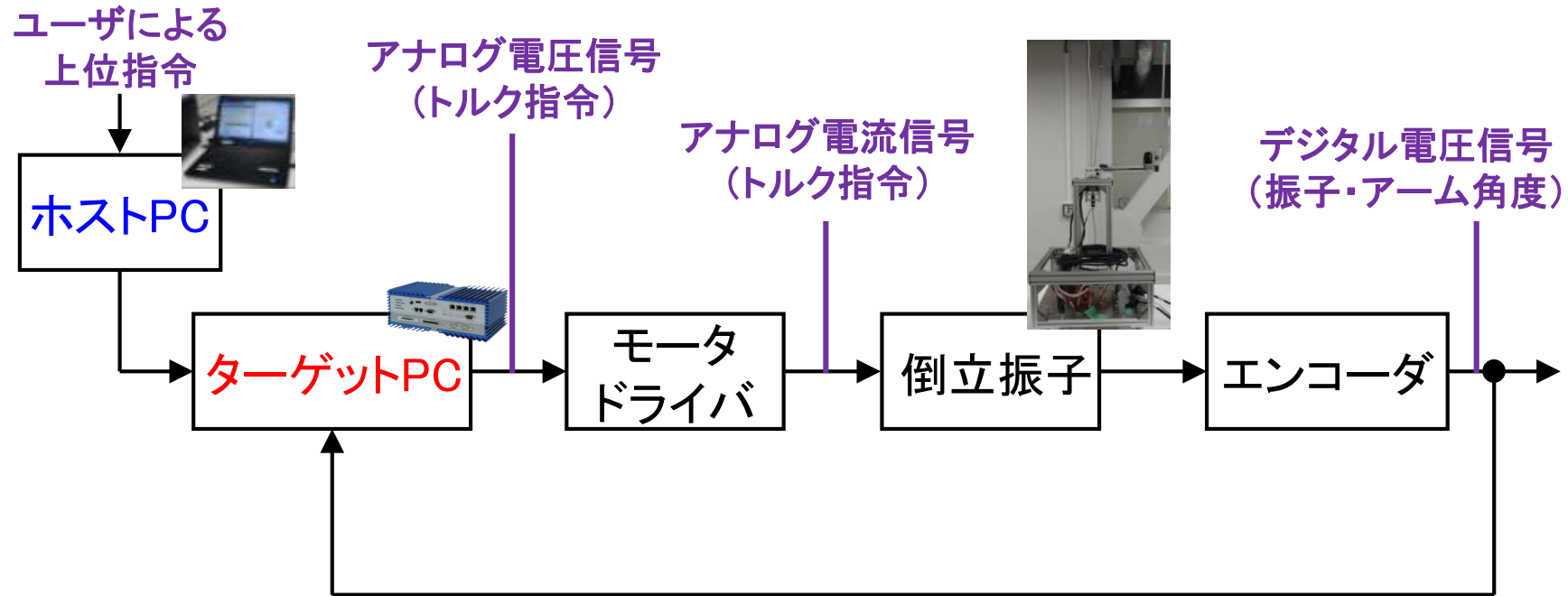
通信 / 対応通信プロトコル
RS232C/422/485, CAN/RS485, FireWire, Ethernet/Real-time UDP,
Raw Ethernet/PTP/IEEE1588/IEEE1588, PROFIBET, Modbus TCP, Ethernet/IP,
ML-STD-1553, ARINC 429, ARINC 629

HILS
センサ模擬回路、リレーシミュレータ、
リレーゲージ、フォロインバージョン

その他
位置・速度検出、カメラリンク、タイム
リファレンス、共有メモリ、断電時

実験①: システム構成

本講義のシステム構成



ホストPC: ユーザインターフェース,
ユーザーによるリアルタイム目標値入力

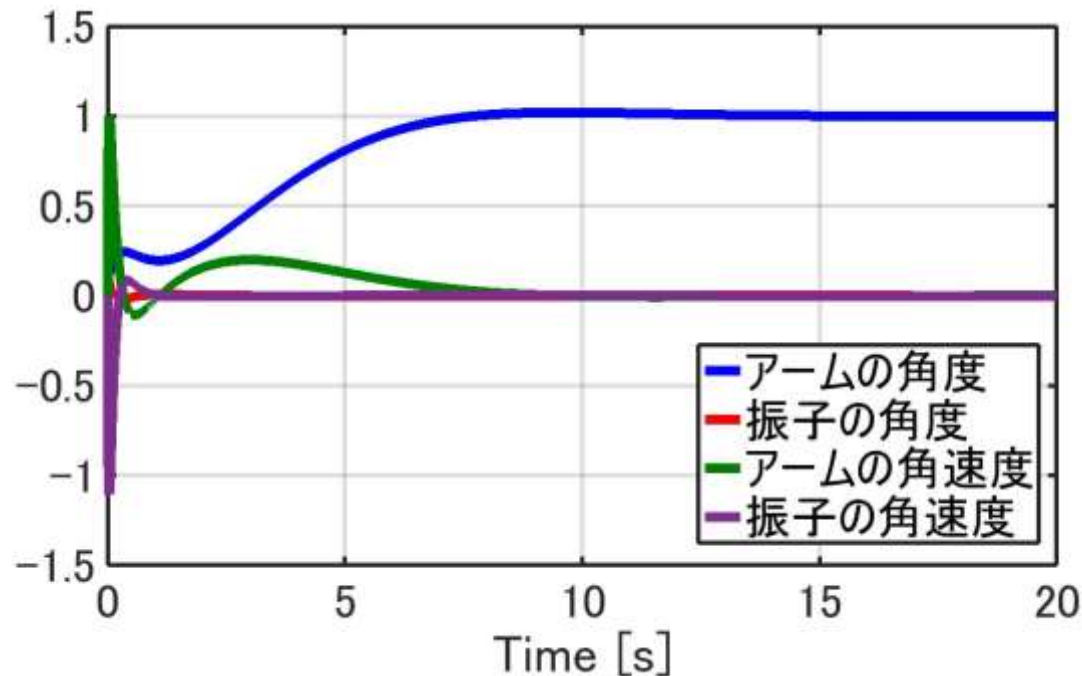
ターゲットPC: 制御モデルの実行, 電気信号入出力

MATLABによるシミュレーション

第3回 システム解析・制御系設計

同定されたパラメータを用いてシステム解析を行う.
制御器を設計し, シミュレーションにより性能を確認
する. これらの処理は, すべてMATLABを利用する.

Toolbox: Control System Toolbox



シミュレーション結果

実験②: 安定化実験

第4回 実験②: 安定化実験

第3回で設計した制御器を実装する。
(実験環境は実験①と同様)



作成したコード・Simulinkモデル

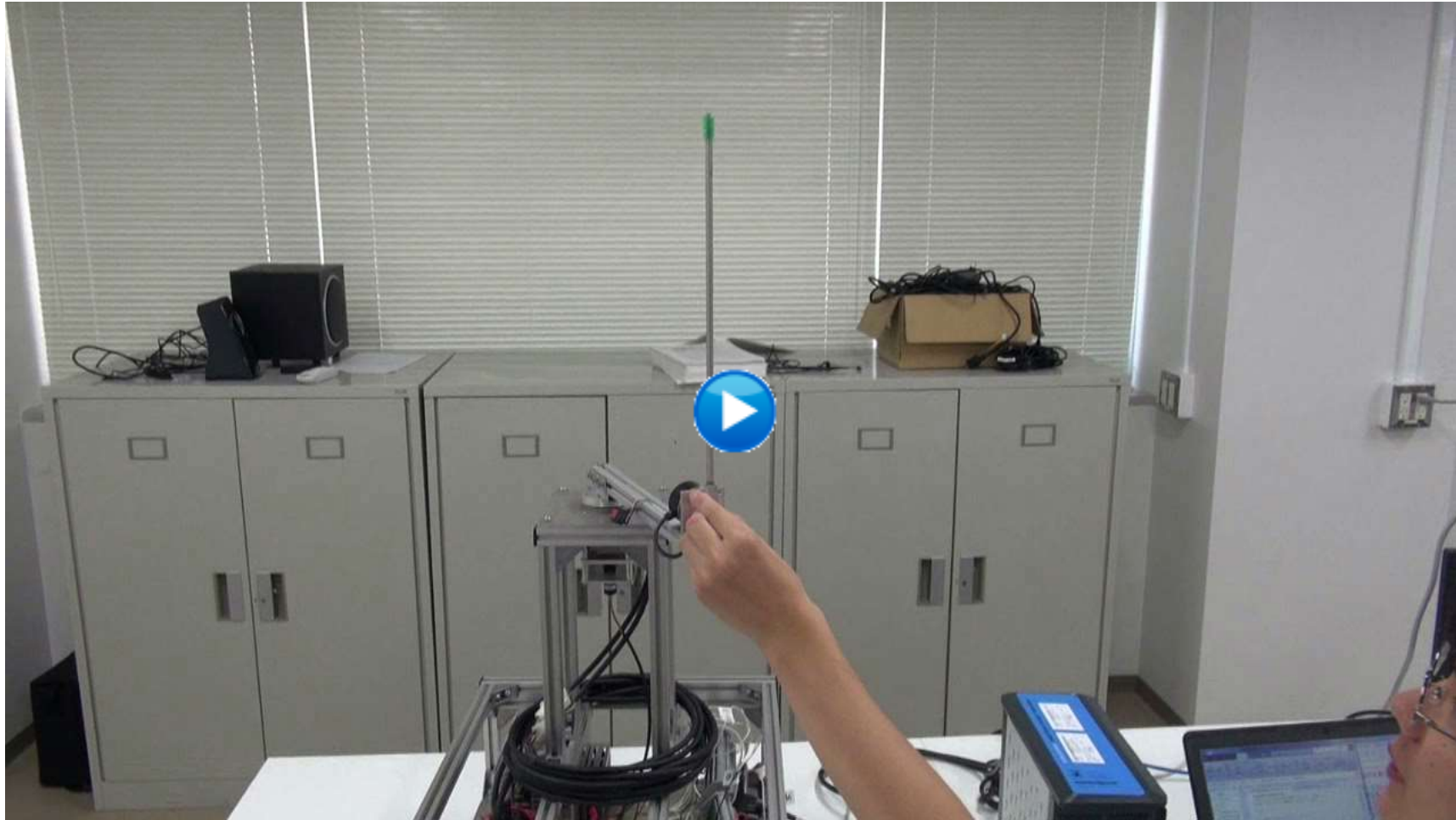
学生実験の様子①



実験②: 安定化実験

第4回 実験②: 安定化実験

学生実験の様子②



①システム制御ラボ研修: 学生の声*

ここまでの学生の声(1)

- ・MATLABは、とても苦手意識がありますがとても楽しかったです。少し自分で勉強してみようと思います。
- ・MATLABの使い方に慣れることができました。倒立振子は使い方と制御理論の観点から優れた対象だと思いました。
- ・ode45の存在と使い方を思い出すことができました。for文で書くより遥かに綺麗に書けそうです。また、リグレッサを用いた同定手法を知り、その威力を思い知りました。何度もステップ応答を取ってフィッティングするより、ずっと効率が良く、幸せになりました。
- ・今まで使っていなかったMATLABの機能を知ることができた。プログラム中の制御式が目でみて分かりやすかった。
- ・模範解答みたいなものをアトで配ってほしい。
- ・講義で習ったことが実際にどのように使われているかを知り、その使い方を学べた。講義だけではあまり理解できていなかった事の理解も深まりよかった。
- ・実験を得たことで、制御するのが実際に、どういうことであるのかを良く理解できた。

①システム制御ラボ研修:学生の声*

ここまでの学生の声(2)

- ・MATLAB内の有用の関数を使うことで手軽に倒立振子の制御を行うことができた. 実際に今まで学んだ内容が形になったことで制御の学習の意欲がより湧いた. また, MATLABを使うことで, 理論をプログラムに起こすことで, 制御手順のアルゴリズムを反芻することができるのも非常によい学習だと思う.
- ・座学でやったことを実際に装置を通してシミュレーションすることで課題なども生まれ, 理解が深まった.
- ・今まであまりよくわからないままだったMATLABでのシミュレーションの仕方を自分で実際にやってみることで学ぶことができて, よかったです. 例題がわかりやすく, 例題のとおりに行えば課題ができるようになっていて, とてもやりやすかったです.
- ・今まで使っていなかったMATLABの機能を知ることができた. プログラム中の制御式が目でみて分かりやすかった.
- ・視覚的に分かりやすくシミュレーションの結果が分かったので, 実験の考察がすばやく行えた.
- ・MATLABを使用すると, MATLABについて全然知らないことを思い知らされます. 基本的な操作は一通り出来るようになりたいと思いました.

②線形システム理論

対象: 電気電子系3年生

構成: 90分(13:20-16:00) × 15回(3Q)

- 第1回 状態方程式
- 第2回 状態方程式と伝達関数
- 第3回 座標変換と可制御性
- 第4回 システムの分解
- 第5回 可観測性
- 第6回 安定性
- 第7回 状態フィードバック(極配置)
- 第8回 極と応答
- 第9回 最適制御
- 第10回 リアプノフ関数と安定性
- 第11回 サーボ系
- 第12回 オブザーバ
- 第13回 近似線形化
- 第14回 離散時間システムの解析
- 第15回 離散時間システムでの制御設計

MATLABを用いた
例題・課題を作成中

Toolbox:
Control System Toolbox

Textbook・講義
スライド公開予定

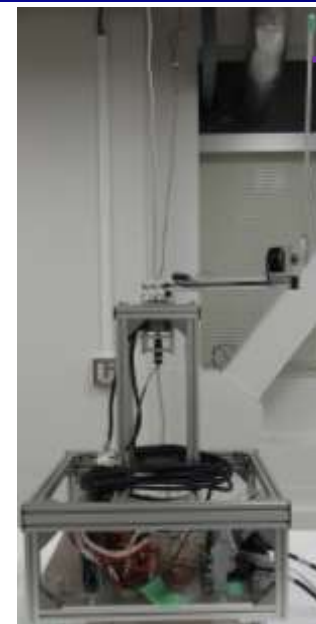
概要

①システム制御ラボ研修(3年次実習講義)

倒立振子実験機を用いて、制御の一連の流れ:

- ・モデリング
- ・パラメータ同定
- ・制御対象の解析
- ・コントローラ(制御器)設計
- ・シミュレーション検証
- ・実機実装

を講義. 実験機駆動のために, 新たにソフトウェアとして**MATLAB・Simulink**, ハードウェアとして**ターゲットマシン**(Speedgoat社)を導入.



倒立振子実験機



②線形システム理論(電気電子系3年次講義)

制御分野を専門としない学生(伝達関数は既習)に, 状態方程式ベースの線形システム制御理論の基礎を講義. テキストおよびスライドの作成(提供).

MATLAB・Simulinkを用いた例題・課題の導入.



ターゲットマシン

— 振子